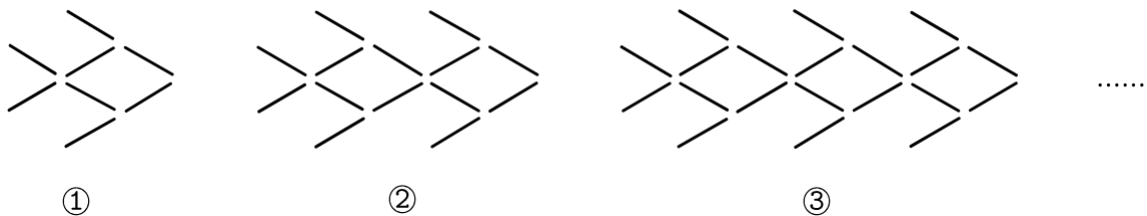


## 独当一面

1. 为庆祝“六一”儿童节，某幼儿园举行用火柴棒摆“金鱼”比赛．如图所示：



按照上面的规律，摆 $n$ 个“金鱼”需用火柴棒的根数为（ ）．

A.  $2 + 6n$

B.  $8 + 6n$

C.  $4 + 4n$

D.  $8n$

【答案】 A

【解析】 依题可知，1个“金鱼”需用8根火柴棒，

2个“金鱼”需用 $8 + 6 = 14$ 根火柴棒，

3个“金鱼”需用 $8 + 6 \times 2 = 20$ 根火柴棒，

4个“金鱼”需用 $8 + 6 \times 3 = 26$ 根火柴棒，

...

$n$ 个“金鱼”需用 $8 + 6 \times (n - 1) = 6n + 2$ 根火柴棒.

【标注】 【知识点】 数列找规律-图形类的等差数列

【能力】 推理论证能力

2. 观察下面一行数： $-2, 6, -10, 14, -18, 22, \dots$ ，这一行中的第10个数字是 \_\_\_\_\_ ．

【答案】 38

【解析】 2，

$$2 + 4 = 6,$$

$$2 + 2 \times 4 = 10,$$

$$2 + 3 \times 4 = 14,$$

$$2 + 4 \times 4 = 18,$$

$$2 + 5 \times 4 = 22, \dots,$$

是等差数列，

$$\therefore \text{第10个数据为：} 2 + (10 - 1) \times 4 = 38,$$

$\therefore -2, 6, -10, 14, -18, 22, \dots$ ,

第奇数个是负数, 偶数个是正数,

$\therefore -2, 6, -10, 14, -18, 22, \dots$ ,

这一行中的第10个数字是38.

故答案为: 38.

【标注】【能力】推理论证能力

【能力】运算能力

【知识点】数列找规律-纯数字的等差数列

3. 计算:  $1 - 4 + 7 - 10 + \dots + 25 - 28 =$  \_\_\_\_\_ .

【答案】-15

【解析】原式 =  $(1 - 4) + (7 - 10) + \dots + (25 - 28)$

$$= -3 - 3 - \dots - 3$$

$$= -15.$$

【标注】【知识点】分组求和

4. 一组按规律排列的式子:  $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, -\frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \dots$ , 其中第七个式子是 \_\_\_\_\_, 第 $n$ 个式子是 \_\_\_\_\_ ( $n$ 为正整数).

【答案】 $-\frac{1}{128}; (-1)^n \cdot \frac{1}{2^n}$

【解析】 $\therefore \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \frac{1}{2^n},$   
 $-1, 1, -1, 1, \dots, (-1)^n,$   
 $\therefore -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, (-1)^n \cdot \frac{1}{2^n},$   
 $\therefore$ 当 $n = 7$ 时, 对应的数为 $-\frac{1}{128}$ .

【标注】【知识点】数列找规律-纯数字的等比数列

5. 观察下面的单项式:  $x, -2x^2, 4x^3, -8x^4, \dots$  根据你发现的规律, 写出第6个式子是 \_\_\_\_\_, 第 $n$ 个式子是 \_\_\_\_\_.

【答案】 $-32x^6; (-1)^{n+1} 2^{n-1} x^n$

【解析】略。

【标注】【知识点】代数式找规律

6. 古希腊数学家把数 $1, 3, 6, 10, 15, 21, \dots$ 叫做三角数，它有一定的规律性。若把第一个三角数记为 $a_1$ ，第二个三角数记为 $a_2$ ， $\dots$ ，第 $n$ 个三角数记为 $a_n$ ，计算 $a_1 + a_2, a_2 + a_3, a_3 + a_4, \dots$ 由此推算 $a_{399} + a_{400} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $160000$  或  $1.6 \times 10^5$

【解析】 $\because a_1 + a_2 = 4 = 2^2; a_2 + a_3 = 3 + 6 = 9 = 3^2; a_3 + a_4 = 6 + 10 = 16 = 4^2; \dots$

$$\therefore a_n + a_{n+1} = (n+1)^2;$$

$$\therefore a_{399} + a_{400} = 400^2 = 160000 = 1.6 \times 10^5.$$

【标注】【知识点】数列找规律-三角形数及衍生数列

7. 斐波那契数列：

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \underline{\hspace{2cm}}$ ，从第三个数开始每一个数等于与它相邻的前两个数的和。

【答案】 $21$

【解析】略。

【标注】【能力】运算能力

【知识点】数列找规律-具有周期规律的数列

8. “ $\times$ ”定义新运算：对于有理数 $a, b$ 都有： $a \times b = ab - (a + b)$ ，那么 $5 \times 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，当 $m$ 为有理数时， $3 \times (m \times 2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 $7; 2m - 7$

【解析】 $5 \times 3 = 5 \times 3 - (5 + 3) = 7$ 。

$$3 \times (m \times 2)$$

$$= 3 \times [2m - (m + 2)]$$

$$= 3 \times (m - 2)$$

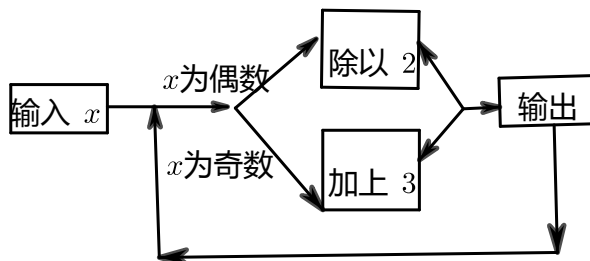
$$= 3(m - 2) - (3 + m - 2)$$

$$= 3m - 6 - 3 - m + 2$$

$$= 2m - 7.$$

【标注】【知识点】定义新运算

9. 一种数值转换机的运算程序如图所示，若输入一个非0的整数 $x$ ，经过3次运算输出的结果还是 $x$ ，则 $x$ 的值为\_\_\_\_\_.



【答案】0或1或2或4或9

【解析】①若 $x$ 为偶数，

$$a. \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} x = x \text{ 解得: } x = 0,$$

$$b. \left( \frac{1}{2} x + 3 \right) \times \frac{1}{2} = x \text{ 解得: } x = 2,$$

$$c. \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} x + 3 = x \text{ 解得: } x = 4.$$

②若 $x$ 为奇数，

$$a. (x + 3) \times \frac{1}{2} + 3 = x, \text{ 解得: } x = 9,$$

$$b. (x + 3) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = x, \text{ 解得: } x = 1.$$

综上 $x$ 的取值为0或1或2或4或9.

【标注】【知识点】程序框图

10. 观察下列有规律的一列数：

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \frac{1}{42}, \dots \text{根据规律可得.}$$

(1)  $\frac{1}{110}$  是第\_\_\_\_\_个数.

(2) 计算： $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{110}$ .

【答案】(1) 10

(2)  $\frac{10}{11}$ .

【解析】(1) 第1个数为： $\frac{1}{1 \times 2}$ ；

$$\text{第2个数为: } \frac{1}{2 \times 3};$$

$$\text{第3个数为: } \frac{1}{3 \times 4};$$

...

$$\text{第7个数为: } \frac{1}{7 \times 8} = \frac{1}{56};$$

$$\text{第}n\text{个数为: } \frac{1}{n(n+1)};$$

$$\because 110 = 10 \times (10 + 1),$$

$$\therefore n = 10.$$

故答案为: 10.

$$\begin{aligned} (2) \quad & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \cdots + \frac{1}{110} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} \\ &= 1 - \frac{1}{11} \\ &= \frac{10}{11}. \end{aligned}$$

**【标注】**【知识点】裂项